

Modellus: uma ferramenta computacional para criar e explorar modelos matemáticos

A importância do uso da tecnologia na educação em Matemática e em Ciências

A mais recente versão dos “Principle and Standards for School Mathematics” (NTCM, Draft, 1998) estabelece seis princípios que devem orientar os currículos de Matemática. Um desses princípios afirma explicitamente que “os programas de Matemática devem usar tecnologia para auxiliar todos os estudantes a compreender a Matemática e prepará-los para utilizar a Matemática num mundo que cada vez mais depende da tecnologia.” Desde há alguns anos que a influência deste princípio se tem vindo a sentir nos currículos em Portugal, nomeadamente no caso da obrigatoriedade da utilização de calculadoras gráficas. Infelizmente, o mesmo não tem sucedido com o ensino das Ciências, em particular o da Física. Nesta disciplina, em Portugal, o uso da tecnologia ainda é visto com desconfiança por muitos professores e alguns responsáveis. Apesar de ser hoje evidente a influência que tem o uso de equipamentos computacionais na criação de conhecimento científico. Essa é uma influência tão grande que a National Academy of Sciences dos EUA considera que “a computação científica se tornou de tal modo parte da prática da ciência e da engenharia que pode ser considerada um terceiro tipo de metodologia fundamental de investigação - em paralelo com os paradigmas clássicos de ciências teóricas e ciências experimentais”. A utilização da tecnologia não se destina, simplesmente, a “facilitar” os cálculos ou as medidas. A tecnologia permite transformar os processos de pensamento e os processos de construção do conhecimento. É difícil de exemplificar isso num texto curto e simples como este. Mas, quem já utilizou um programa de geometria dinâmica ou um programa de modelação com funções e equações diferenciais, sabe bem o que isso pode significar. A ideia base é simples: a tecnologia permite *refinar*, isto é, concretizar, os “objectos abstractos”. Esses “objectos abstractos” (figuras e relações geométricas, equações, funções, vectores, etc.) adquirem o estatuto de “objectos directamente manipuláveis” - o que a simples manipulação em papel não permite. Esta ideia, que já vem pelo menos de Papert e do Logo (uma linguagem de programação que se procurou difundir na educação em Matemática mas que hoje é praticamente desconhecida pelos professores), parece ter tido finalmente sucesso, um sucesso que deve muito aos avanços do modo como se interage com o computador (rato, ambientes gráficos, manipulação directa, ícones, etc.).

Mais de vinte anos de investigação...

A criação de ferramentas computacionais de carácter exploratório, para utilização em educação, como é o caso do *Modellus*, dos programas de geometria dinâmica (Sketchpad, Cabri, Cinderella, Supposer, etc.) e de diverso outro software é o resultado de um vasto esforço internacional de investigação e desenvolvimento, começado no princípio dos anos 80. Os resultados deste esforço de investigação é hoje já praticamente um património adquirido a nível da definição de currículos, apesar de ainda não o ser na prática de ensino. De facto, a generalização deste tipo de ferramentas no ensino e na aprendizagem tem-se revelado muito mais complexa do que parecia inicialmente. Isto é devido, em parte, à enorme complexidade das organizações educativas e à dificuldade de mudança da cultura profissional dos professores. Como disse um famoso cientista, “education is much more complex than rocket science!”. Sem dúvida, parece mais fácil ir à Lua do que utilizar tecnologia na escola! Dos factores que favorecem a renovação das práticas escolares, dois são de importância fundamental: a existência de condições organizacionais nas escolas (laboratórios organizados e funcionais, documentação, apoio, etc.) e a formação e acompanhamento de professores. E, nestes factores, mais importante do que a qualidade da investigação e do software é a *qualidade* e *quantidade* da acção, da intervenção. Sem dúvida, muito há a fazer nestes aspectos.

Vitor Duarte Teodoro (vdt@mail.fct.unl.pt), Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Para saber mais

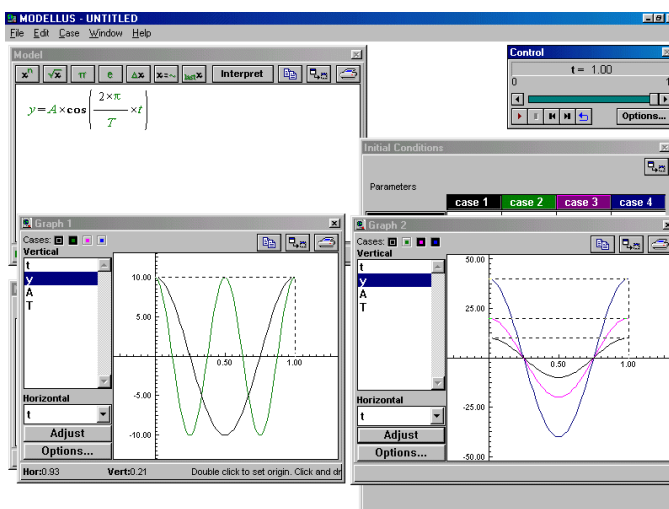
Página web do Modellus (inclui exemplos, ficheiros para instalação, textos, manuais, etc.): <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus>

Página que anuncia as actividades de formação de professores sobre modelação e temas relacionados:

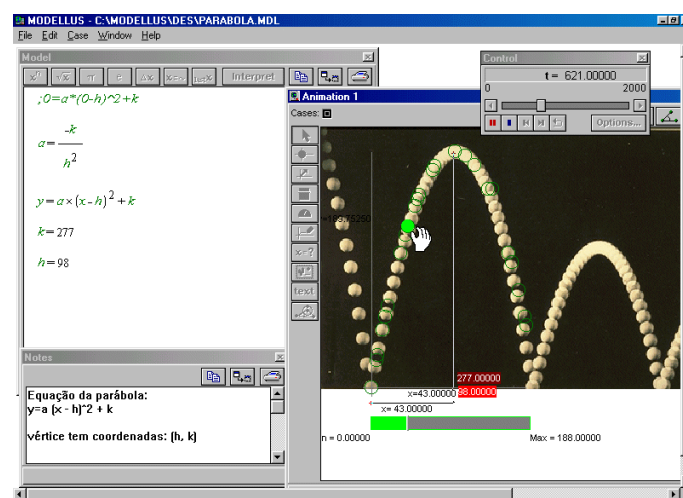
<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/abacus>

Correio electrónico para dúvidas, marcação de workshops, contributos e sugestões: modellus@mail.fct.unl.pt

Na página web do *Modellus* (e na APM) é possível obter um livro com actividades para alunos do ensino secundário escrito por António Bernardes e Rita Bastos, bem como os respectivos “Guia do professor” e “Soluções”.



1.º exemplo: uma família de funções. Com o *Modellus* é possível criar vários “casos”, isto é, conjuntos de valores de parâmetros de uma função (ou condições iniciais de variáveis independentes, de variáveis que são iteradas ou ainda de variáveis que são integradas). Na janela de gráficos é possível observar pontos ou linhas (união de pontos), bem como tangentes em cada ponto. As tangentes podem ser “animadas”. O domínio e o passo da variável independente são definidos na janela de controlo.



2.º exemplo: utilizando uma fotografia para determinar o modelo de uma curva. A versão 2 do *Modellus* possui diversas ferramentas que permitem efectuar medidas em fotografias, vídeos, gráficos, etc. Neste exemplo, determinaram-se as coordenadas do vértice de uma parábola (movimento de uma bola, num ressalto) e utilizaram-se esses valores para obter a equação da parábola. Uma vez obtida esta equação, criou-se uma “bola” com coordenadas dadas pelo modelo e investigou-se a razoabilidade desse modelo, comparando as posições da “bola” com as da fotografia.

A natureza da Ciência e a modelação

A Ciência é um processo de representação do Mundo, sempre sujeito a reformulação. A linguagem matemática desempenha em muitas ciências um papel fundamental nessa representação.

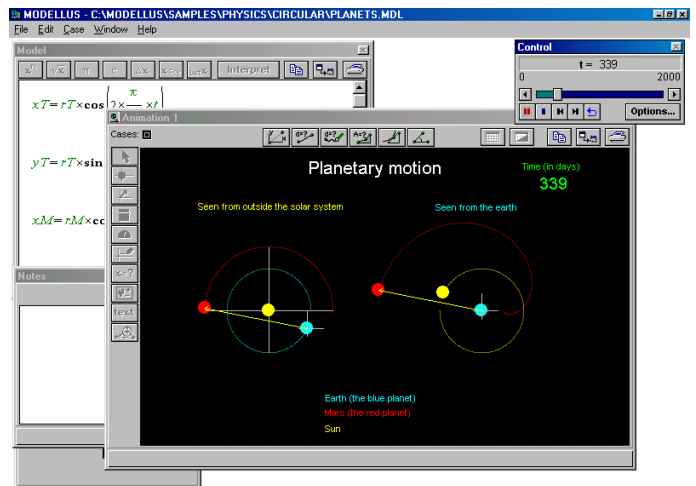
A representação do Mundo é, muitas vezes, confundida com “explicação”. Na realidade, o discurso científico tem mais a ver com “representações” do que com “explicações”. Por exemplo, a lei da gravitação universal, de Newton, é uma forma de representar através de um modelo matemático a interacção entre os planetas. Nada nos diz acerca *do que é* a gravitação. O poder da linguagem matemática resulta, pois, não da sua capacidade de explicação, mas sim da sua capacidade de representação e de “mimetização” da Natureza. Isto é, utilizando equações, é possível reproduzir no papel (no caso de Newton, que não tinha computador mas tinha assistentes e paciência para realizar inúmeros cálculos repetitivos...) ou no computador o que se passa no céu! A palavra “modelação” pode ser praticamente considerada como “um processo de representação”. Um modelo é uma representação. Um modelo matemático, que é uma forma específica de representação, é uma representação que utiliza objectos matemáticos, como são as funções, as figuras geométricas, etc. Os modelos matemáticos têm enorme importância porque são representações sintéticas, que se referem apenas ao essencial e que—muito importante—podem ser utilizados para *prever*. No século XX, o ensino da Matemática afastou-se do ensino das aplicações da Matemática. Esse afastamento tem mais a ver com razões burocráticas e de organização escolar e universitária do que com a natureza do conhecimento e das práticas e saberes profissionais. A utilização de tecnologia e a ênfase na modelação contribuiu para combater esse afastamento. E não parece haver dúvidas de que *faz muito mais sentido aprender conceitos matemáticos em contextos onde eles são utilizados do que simplesmente aprender formalismos sem qualquer contexto*. É por isso que as actividades de modelação têm cada vez maior importância no currículo (por exemplo, os “Principle and Standards” referem 44 vezes o termo *modeling*).

A estrutura do *Modellus* e alguns exemplos

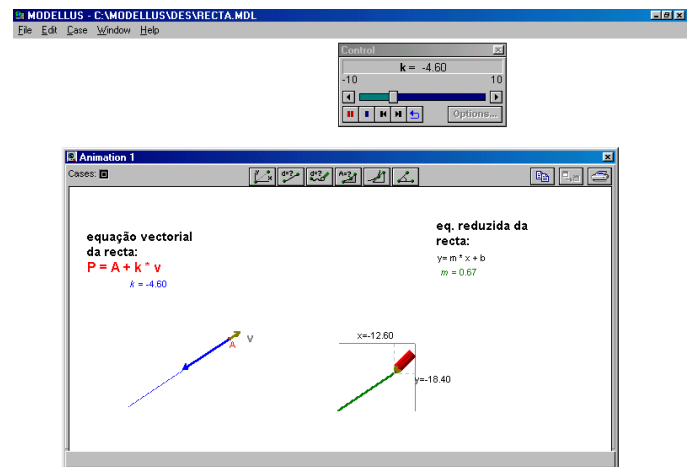
O *Modellus* inclui uma janela “Modelo” onde se podem escrever funções, iterações e equações diferenciais ordinárias. Além de poder integrar numericamente, o *Modellus* possui um “motor” de derivação simbólica que lhe permite calcular e representar graficamente a derivada de qualquer função. A sintaxe da escrita na janela “Modelo” é praticamente igual à sintaxe da escrita em papel. A variável independente é inicialmente designada por t mas pode ser designada por qualquer outra letra (utilizando o botão “Opções...” na janela “Controlo”). Como não é possível a um computador utilizar *todos* os números reais num certo intervalo, o passo da variável independente (definível também no botão “Opções...”) desempenha um papel importante.

No *Modellus* podem ver-se múltiplas representações de relações matemáticas. Por exemplo, podem ver-se equações, tabelas, gráficos e animações. A possibilidade de ver ou construir animações é a característica mais original do *Modellus*. Uma animação é, muitas vezes, uma forma de testar a “lógica” de um modelo. Se a animação “funciona”, então é provável que o modelo esteja correcto! Uma animação construída com base num modelo é, assim, uma forma de concretizar esse modelo. A versão 2 do *Modellus* permite também a utilização de fotografias, vídeos, gráficos, etc., como registos de informação para construção de modelos (ver exemplos 2 e 5). Uma vez colocadas essas imagens como “fundo” numa janela de “Animação”, podem utilizar-se “ferramentas de medida” de coordenadas, distâncias, áreas, declives e ângulos. As medidas assim efectuadas podem ser utilizadas para construir modelos, modelos esses que podem depois ser comparados com as imagens ou podem ser utilizados para construir animações.

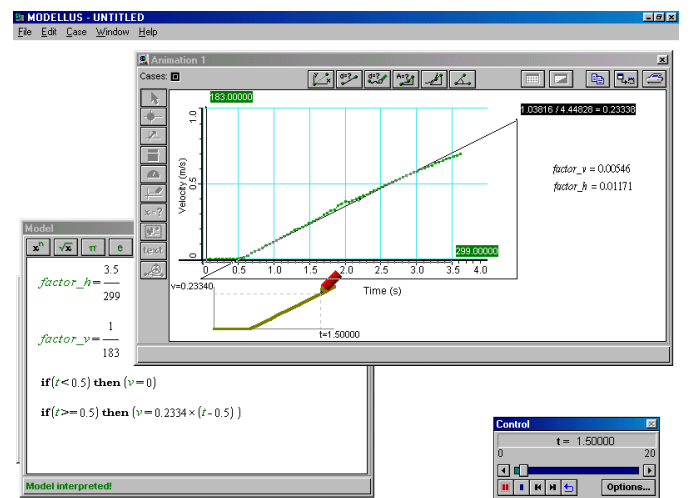
O *Modellus* pode também ser utilizado como “linguagem de autor” para construir situações de aprendizagem onde o aluno só tem acesso a certos aspectos do modelo ou das animações. O exemplo 4 mostra uma animação que representa a construção de uma recta utilizando a equação vectorial e a equação reduzida. No ficheiro, protegido com uma “password”, apenas está visível a “Animação”, não podendo esta ser alterada pelo aluno.



3.º exemplo: representação do movimento da Terra e de Marte, em relação ao Sol. À esquerda, o movimento visto “de fora” do sistema solar, tomando o Sol como origem do referencial. À direita, o movimento do Sol e de Marte vistos da Terra. As equações do movimento utilizam funções trigonométricas simples.



4.º exemplo: uma animação da construção de uma recta utilizando a respectiva equação vectorial. O vector \mathbf{v} é o vector director. O vector director, bem como o ponto A, podem ser alterados enquanto decorre a animação. Este ficheiro está protegido por uma password, não podendo o utilizado modificá-lo. A janela “Modelo” está “escondida”, de modo a poder-se ver apenas a animação,



5.º exemplo: colocou-se uma imagem de um gráfico no “fundo” da janela de “Animação”. O gráfico foi obtido com um equipamento laboratorial (sensores e interface) e refere-se à velocidade de um carrinho ao longo de cerca de 4 s. Durante os primeiros 0,5 s, a velocidade foi nula e depois o carrinho acelerou. Utilizando as ferramentas de medida (no topo da janela de “Animação”), determinaram-se as escalas do gráfico, mediu-se o declive da curva, etc. Uma vez feitas as medições, construiu-se um modelo e comparou-se o gráfico correspondente ao modelo com os dados experimentais. Os gráficos podem ser sobrepostos, o que não sucede nesta imagem. Podem construir-se ainda animações com base no modelo.